

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
ХІІІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

Областен кръг, 6 март 2010 г.

Ученици от 9-10 клас – решения

1 задача. Когато часовниците в Токио показват 9 h, тези във Ванкувър показват 16 h. На 17 февруари японски скиор тръгва със самолет в 00 h 10 m от Токио и пътува до Ванкувър. Полетът трае 8 часа.

- В колко часа и на коя дата той ще пристигне във Ванкувър?
- Спортистът иска да спечели медал на зимните олимпийски игри и да се върне в Токио на същата дата, на която е излетял. С колко време разполага, за да се придвижи до мястото на състезанието, да участва в ски спускането, да отиде отново на летището и да вземе самолет обратно за своята страна?
- Най-късно в колко часа и на коя дата трябва да отлети от Ванкувър?
- В колко часа ще пристигне в Токио?

Решение:

Ванкувър се намира на западното крайбрежие на Канада. За да стигне до него самолетът, излетял от Токио, лети над Тихия океан. По пътя си той пресича линията на смяна на датите, която се намира на изток от Токио. *Тази линия е стационарна и не се променя с времето. Когато започва нова дата, от тази линия се отделя подвижна линия на смяна на датите, която се движи на запад, скокообразно, променяйки датата на всеки следващ часови пояс точно в полунощ, за централния меридиан на пояса, по местно средно слънчево време. В западна посока от моментното положение на подвижната линия до неподвижната линия на смяна на датите се намира областта от земната повърхност в която все още е предходната дата.*



Тъй като в Токио току що е настъпила новата дата, то на запад от неговия часови пояс, в това число и във Ванкувър, все още е 16 февруари. За да получим часа на пристигане трябва да извадим от момента на тръгване часовата разлика между Токио и Ванкувър и да прибавим 8 часа за полета. Часовата разлика е равна на времето, което трябва да измине, за да стане във Ванкувър толкова часа, колкото е в Токио, на същата дата, която е в Токио.

Щом когато в Токио е 9h, във Ванкувър е 16h, то това означава, че във Ванкувър е все още предходната дата. Тогава до 9h на следващия ден ще изминат 17h. Това е часовата разлика между двата града. След пресмятанията получаваме, че скиорът пристига във Ванкувър в 15h 10m на 16 февруари 2010г. В момента на пристигане на скиора във Ванкувър, в Токио е 8h 10m и остават още 15h 50m до изтичане на денонощието. Като извадим 8h за обратен път остават 7h 50m и това е времето, с което скиорът разполага във Ванкувър и в рамките на което той трябва да се придвижи до мястото на състезанието, да участва в ски спускането, да отиде отново на летището и да вземе самолет обратно за Токио. Като добавим това време към времето на пристигане във Ванкувър, ще получим, че в 23h скиорът вече трябва да е излетял за Токио. Нека самолетът излита от Ванкувър, примерно, в 22h 59m на 16 февруари. В този момент в Токио е 17h часа по-късно, т.е. 15h 59m на 17 февруари. Самолетът пристига в Токио 8h по-късно, и следователно часът на пристигане е 23h 59m на 17 февруари.

Критерии за оценяване (10т.):

За пресмятане на часа и датата на пристигане във Ванкувър и обяснение – 3 т.

За пресмятане на времето, с което разполага скиорът във Ванкувър и обяснение – 3 т.

За определяне на часа и дата на отлитане от Ванкувър – 3 т.

За определяне на часа на пристигане в Токио – 1 т.

2 задача. В таблицата са дадени к Географските координати на Националната астрономическа обсерватория (НАО) – Рожен са $41^{\circ}41'33''$ северна ширина и $24^{\circ}44'17''$ източна дължина. Координатите на Европейската южна обсерватория (ESO – Paranal) в Чили са $24^{\circ}37'38''$ южна ширина и $70^{\circ}24'15''$ западна дължина. Разгледайте дадените звездни карти. Помислете в кои области от небето могат да се наблюдават космически обекти в различни моменти от нощта и в различно време през годината от НАО – Рожен и от ESO.

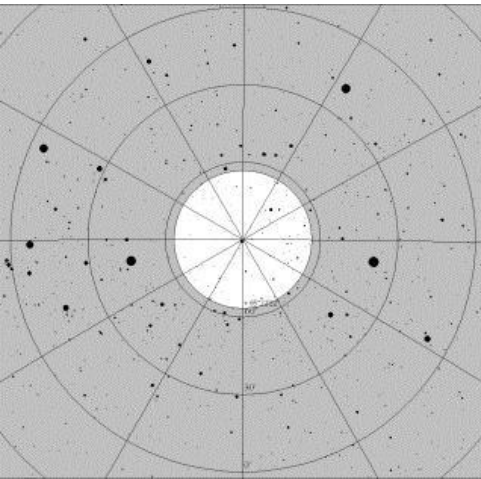
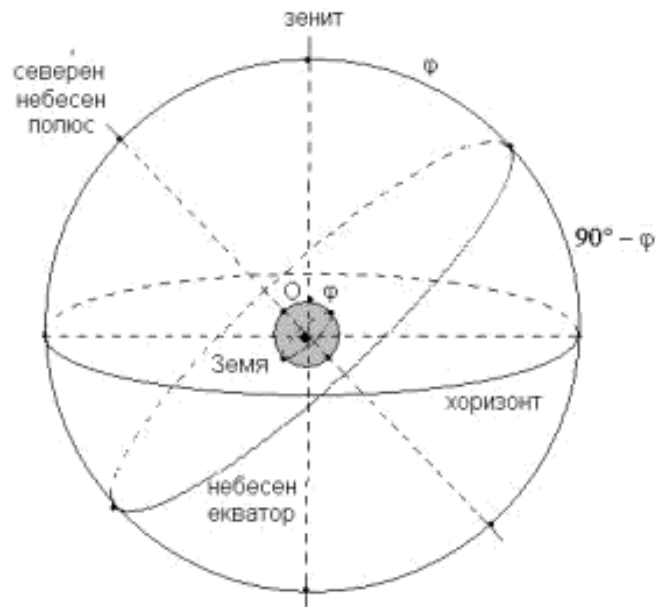
- Опишете границите на областта от небето, към която принадлежат космическите обекти, които могат да бъдат наблюдавани и от двете обсерватории (не непременно едновременно). Опишете нейните граници и я отбележете върху картите.

- Могат ли от двете обсерватории да се провеждат едновременни наблюдения на някои обекти? Кога през годината е най-благоприятното време за такива наблюдения?

Обяснете вашите отговори.

Решение:

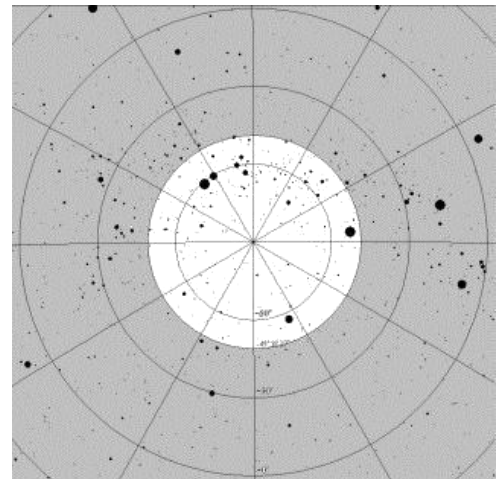
НАО – Рожен е в северното полукълбо на Земята. Това означава, че за наблюдател, който се намира там, всички обекти от северната небесна полусфера ще изгряват над хоризонта в хода на видимото денонощно въртене на звездното небе. Освен това над хоризонта ще изгряват и космическите обекти в определена зона от южното небе, намираща се под небесния екватор. На фигурата с О е отбелязано положението на обсерваторията върху земното кълбо. Вижда се, че разстоянието от небесния екватор до зенита за наблюдател в точка О е равно на неговата географска ширина φ . Следователно ширината на зоната от южното небе, видима от НАО – Рожен, е равна на $90^{\circ} - \varphi = 90^{\circ} - 41^{\circ}41'33'' = 49^{\circ}18'27''$. Дали на даден обект ще могат да се правят астрономически наблюдения, зависи от това дали времето, когато той е над хоризонта, се застъпва с времето, когато е нощ, т.е. дали положението на Слънцето спрямо обекта е благоприятно. Това ще се променя през годината при видимото годишно движение на Слънцето по еклиптиката. Следователно от НАО – Рожен в различни моменти от нощта и в различно време от годината ще могат да се наблюдават всички обекти от северната небесна полусфера и обектите от южната небесна полусфера с деклинация от 0° до $-49^{\circ}18'27''$.



Европейската южна обсерватория е с $24^{\circ}37'38''$ южна географска ширина. По аналогичен начин намираме, че оттам могат да се наблюдават космическите обекти от цялата южна небесна полусфера и обектите от северната небесна полусфера с деклинация от 0° до $90^{\circ} - 24^{\circ}37'38'' = +65^{\circ}22'22''$.

Следователно обектите, които биха могли да се наблюдават и от двете обсерватории, трябва да са в една зона около небесния екватор и да имат деклинации от $-49^{\circ}18'27''$ до $+65^{\circ}22'22''$. На картите зоната, в която се намират тези обекти, е отбелязана в сиво.

Карта на северната небесна полусфера
Карта на южната небесна полусфера



За да могат да се правят астрономически наблюдения на един обект едновременно и от двете обсерватории, то той трябва да е едновременно над хоризонта и за двете и освен това, и за двете обсерватории трябва да е нощ. Разликата между географските дължини на двете обсерватории е:

$$70^{\circ}24'15'' - (-24^{\circ}44'17'') = 95^{\circ}08'32''$$

Дължината на НАО - Рожен вземаме със знак минус, понеже е източна. Превърнато в часова разлика по местно време, това е:

$$95^{\circ}08'32'' / 15^{\circ} \approx 6\text{h}20\text{m}$$

Местното време в НАО – Рожен е с 6h20m напред от местното време в ESO. Очевидно, няма проблем голяма част от космическите обекти от определената от нас зона да могат да се намират над хоризонта в един и същ момент и за двете обсерватории. По-точно, това се отнася до обектите, които са достатъчно близо до небесния екватор. Тъй като НАО – Рожен е на по-висока северна ширина, отколкото е по абсолютна стойност южната ширина на ESO, то през годината продължителността на нощта ще варира в по-големи граници за НАО – Рожен. Ето защо възможностите за едновременни наблюдения са най-големи в периода, когато са най-дългите нощи за НАО – Рожен. Това е времето около зимното слънцестоене за северното полукуълбо – 22 декември.

Тук се налага едно уточнение за реалната възможност дадени небесни обекти да се наблюдават от обсерваториите. В решението на задачата беше разгледана възможността обектите да бъдат над хоризонта за НАО – Рожен и ESO в определени моменти от време. Поради технически ограничения обаче, телескопите не могат да бъдат насочвани твърде ниско към хоризонта, а и там качеството на наблюденията не би било добро заради влиянието на атмосферата. За всеки телескоп има минимална допустима височина над хоризонта, до която с него може да се наблюдава. Ето защо действителните граници на областите от небето, достъпни за наблюдение от двете обсерватории, са по-тесни от получените в това решение.

Критерии за оценяване (10т.):

За принципното разбиране и обяснение каква е областта от звездното небе, която може да се наблюдава от пункт с дадена географска ширина – 2 т.

За пресмятане на границите за двете обсерватории – 2 т.

За определяне на областта, която може да се наблюдава и от двете обсерватории и отбелязването ѝ на картите – 2 т.

За посочване на най-благоприятния период за едновременни наблюдения и обяснение – 2 т.

3 задача. Най-благоприятният период за наблюдение на една външна планета е времето около нейното противостоене, когато тя е най-близо до Земята и се вижда през цялата нощ. Периодът на обикаляне на Юпитер около Слънцето е около 12 години. През цялата 2001 г. не е имало противостоене на Юпитер.

- Приблизително кога е било последното противостоене на Юпитер преди 2001 г.?
- Приблизително в кое съзвездие трябва да се е наблюдавала планетата тогава?

Решение:

Противостоене може да имат само външните планети. Противостоене или опозиция на една планета се случва, когато Слънцето, Земята и планетата застанат в този ред, приблизително на една линия. Тогава за земния наблюдател планетата се намира на небесната сфера най-близо до точката, противоположна на точката, в която се намира Слънцето.

Времето между две поредни опозиции зависи от орбиталния период на планетата и от орбиталния период на Земята. Нека разгледаме случая с Юпитер. Една година след дадено противостоене с Юпитер Земята отново ще е в същата точка на орбитата си, но Юпитер ще се е преместил на изток по своята орбита. Тъй като той прави една обиколка за около 12 години, то това преместване ще е около $1/12$ от една обиколка, т.е. с около 30° . Приблизително след един месец Земята ще е срещу новото му положение, но за този един месец Юпитер ще се премести още с около $30^{\circ}/12 = 2.5^{\circ}$ по орбитата си. След още около 3

дни Юпитер вече ще е в противостоене. Следователно между две опозиции на Юпитер изминава приблизително 1 година 1 месец и 3 дни. Тогава, ако противостоенето на Юпитер през 2000 година се е случило в периода от 28 ноември до 31 декември, то през следващата година не би трябвало да има протостоене. Следващото противостоене би трябвало да бъде някъде в периода от 1 януари до 3 февруари 2002 година, в зависимост от това точно на коя дата се е случило противостоенето през 2000 година. *И наистина, противостоенето на Юпитер през 2000 година е било на 28 ноември, а през 2002 година – на 1 януари.*

В кое съзвездие се е намирал Юпитер може да съобразим като знаем, че той е в противоположна на Слънцето точка на небесната сфера, както и като знаем в кое съзвездие се намира Слънцето тогава. В края на ноември и през декември Слънцето е последователно в съзвездията Скорпион, Змиеносец и Стрелец. Юпитер би трябвало да е в противоположните на тях съзвездия – Бик и Близнаци. *Действително, в момента на противостоенето си, на 28 ноември 2000 година, Юпитер се е наблюдавал в съзвездието Бик.*

Критерии за оценяване (10т.):

За разбиране на това какво представлява противостоенето – 1 т.

За определяне на синодичния период на Юпитер – 3 т.

За определяне на интервала от време, когато може да е било противостоенето преди 2001 г. – 2 т.

За определяне на съзвездието, в което може да е бил Юпитер и обяснение – 4 т.

4 задача. Решили сте да построите на двора голям слънчев часовник. За да ориентирате правилно гномона, трябва да определите с добра точност направлението север-юг. За целта провеждате наблюдения на Слънцето в моментите на изгрев и залез.

- Как можете по посоките към Слънцето в тези два момента да определите точно направлението север-юг, без големи допълнителни пресмятания?

- Кога през годината е най-подходящо да извършите измерванията?

Решение:

Обикновено се казва, че Слънцето изгрява от изток и залязва на запад. Строго погледнато, това изобщо не е така. Слънцето непрекъснато се движи по еклиптиката и променя както ректасцензията си, така и своята деклинация. Тази непрекъсната промяна на координатите на Слънцето води до това, че практически никога Слънцето не изгрява точно от изток и не залязва точно на запад. Дори през дните на равноденствието. Още повече, че както моментите, така и положенията на изгрева и залеза на Слънцето се влияят от атмосферната рефракция.

За да може да намерим по изгревите и залезите посоката юг, без големи пресмятания, би било добре Слънцето да не променя своята деклинация, която определя точно откъде ще изгрее то. Ако Слънцето не променя своята деклинация, посоките към него в моментите на изгрева и залеза ще бъдат на равни ъгли от посоката юг.

През годината съществуват периоди от време, когато Слънцето променя изключително бавно своята деклинация, или почти не я променя. Това са периодите около лятното и зимното слънцестоене. Тогава Слънцето се движи успоредно или почти успоредно на небесния екватор и деклинацията му почти не се променя. Трябва да изберем два момента на изгрев и залез на Слънцето, които са максимално близо до моментите на слънцестоене. Тогава грешката, която бихме допуснали, ще бъде най-малка. Определяме посоките към Слънцето в тези моменти. Намираме ъглополовящата на тези посоки и тя е търсеното направление север-юг.

Критерии за оценяване (10т.):

За разбиране и обяснение на факта, че посоките на изгрева и залеза не са симетрични в един ден относно направлението север-юг – 4 т.

За определяне и обосновка на най-благоприятния период за провеждане на наблюдението – 3 т.

За описание и обяснение на начина, по който можем да определим направлението север-юг по посоките към изгрева и залеза – 3 т.

5 задача. Сириус и Процион са едни от най-близките до нас звезди. През 1844 година великият немски астроном Фридрих Бесел забелязва, че траекториите им по звездното небе са странни вълнообразни линии. Той предполага, че всяка от тези звезди има спътник, с маса почти колкото Слънцето. Твърдението е посрещнато с недоверие, защото звездите-спътници би трябвало ясно да се виждат. Но по-късно спътниците на Сириус и Процион са открити чрез астрономически наблюдения като много слаби звезди. Изглеждаше много странно толкова масивни звезди да имат толкова малък видим блясък на толкова малки разстояния от нас. Впоследствие обектите, подобни на тези необикновени звезди, са наречени бели джуджета.

- Какви са типичните размери на белите джуджета?
- Звездата Процион е с радиус два пъти по-голям от радиуса на Слънцето, видима звездна величина приблизително 0.5^m и температура 6650 К. Нейният спътник Процион В има звездна величина приблизително 10.5^m и температура 7740 К. Докажете, че Процион В е бяло джудже.

Упътване: Мощността на светене (светимостта) на една звезда е пропорционална на втората степен на нейния радиус и четвъртата степен на температурата на звездата.

Решение:

Белите джуджета са извънредно плътни обекти, в които се превръщат звездите с не много големи маси в края на своята еволюция. Характерните размери на белите джуджета са сравними с размерите на Земята.

Разликата между звездните величини на Процион и неговия спътник Процион В е:

$$10.5^m - 0.5^m = 10^m$$

Следователно осветеността, която спътникът създава, е 10 000 пъти по-слаба от осветеността, създавана от Процион. (Звезда от звездна величина 5.5^m би създавала 100 пъти по-слаба осветеност от Процион, а звезда от звездна величина 10.5^m би създавала 100 пъти по-слаба осветеност от звездата от звездна величина 5.5^m). Тъй като Процион и Процион В са на практически еднакво разстояние от нас, можем да смятаме, че светимостта на Процион В L_B е също 10 000 пъти по-слаба от светимостта на Процион L . Да означим радиусите на двете звезди съответно с R_B и R , а температурите – с T_B и T . За светимостите можем да напишем:

$$\frac{L_B}{L} = \frac{R_B^2 T_B^4}{R^2 T^4}$$

Оттук получаваме:

$$\frac{R_B}{R} = \left(\frac{T}{T_B}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{L_B}{L}}$$
$$\frac{R_B}{R} \approx 0.0074$$

От реципрочната стойност на този резултат виждаме, че Процион В е около 135 пъти по-малък по диаметър от Процион. Звездата Процион е два пъти по-голяма по диаметър от Слънцето. Като знаем, че Земята е около 110 пъти по-малка по диаметър от Слънцето,

стигаме до извода, че спътникът Процион В е сравним по размери със Земята. Така че най-вероятно този обект е бяло джудже. По-точно, Процион В е $135/2 \approx 68$ пъти по-малък от нашето Слънце, или $110/68 \approx 1.6$ пъти по-голям от Земята. Като използваме диаметъра на Земята, за диаметъра на Процион В получаваме около 20000 км.

Забележка: Тъй като изходните данни за звездните величини в тази задача са закръглени с цел улесняване на решението, крайните резултати се различават леко от резултатите, получени при решението на по-точния вариант на задачата, даден за 11-12 клас.

Критерии за оценяване (10т.):

За първото подусловие – 1 т.

За пресмятане на отношението на светимостите на Процион и Процион В – 3 т.

За пресмятане на отношението на радиусите – 3 т.

За обосновката защо Процион е бяло джудже – 3 т.

Справочни данни:

Радиус на Земята	6370 км
Радиус на Луната	1740 км
Разстояние от Земята до Луната	384 000 км
Радиус на Юпитер	71 000 км
Разстояние от Юпитер до Слънцето	5.2 AU
Орбитален период на Юпитер	11.86 години.
Разстояние от Земята до Слънцето	150 000 000 км.